



Río Alto Paraguay en Porto Murinho, Mato Grosso do Sul, Brasil, el cual presenta un hidrograma de inundación de un año de duración, el máximo posible, claramente la ola de inundación por excelencia.

¿CUÁNDO ES LA ONDA DIFUSIVA APLICABLE?

Víctor M. Ponce

Profesor Emérito de Ingeniería Civil y Ambiental

Universidad Estatal de San Diego, California

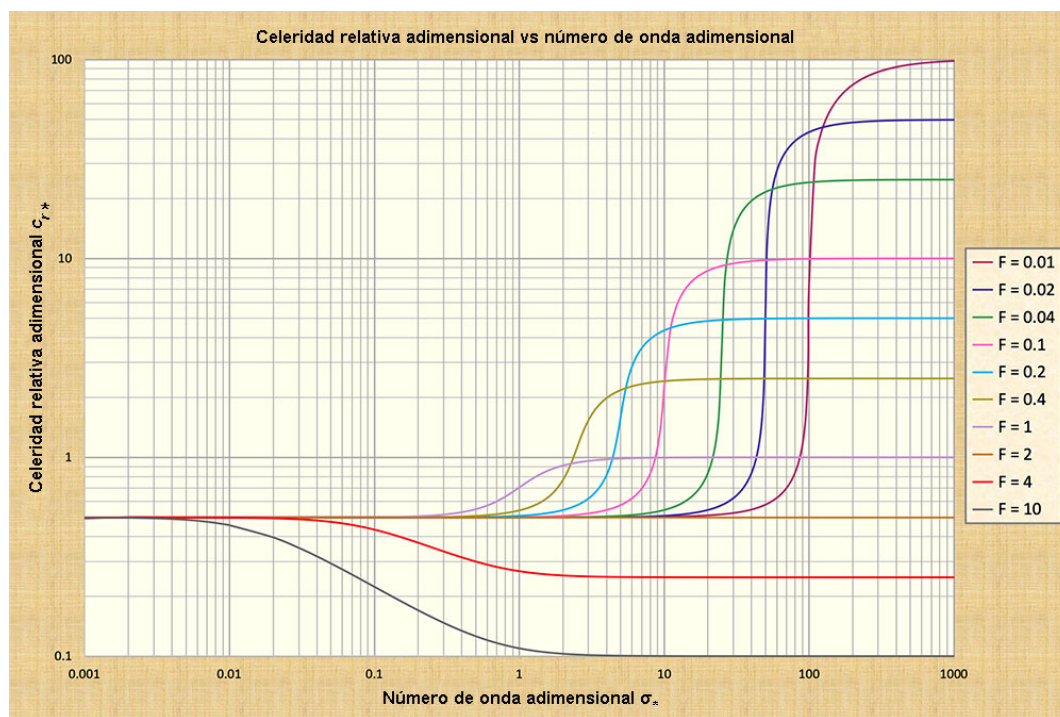
23 enero 2026

RESUMEN. Se ha realizado una revisión de las ondas difusivas y su uso en el enrutamiento de ondas de inundación. Las ondas difusivas se propagan con la celeridad de Seddon, es decir, la celeridad de la onda cinemática, y están sujetas a atenuación (difusión) relativamente pequeña. Estas propiedades coinciden claramente con las de las ondas de inundación típicas. Otras ondas de flujo en superficie libre, a saber, las cinemáticas, mixtas y dinámicas, ya sea (a) no son difusivas (ondas cinemáticas y dinámicas), o (b) son demasiado difusivas (ondas mixtas). En particular, se ha confirmado que las ondas mixtas son tan difusivas que ponen en duda su mera existencia. Los criterios de aplicabilidad de las ondas cinemáticas y difusivas muestran que estas últimas, las ondas difusivas, tienen un rango de aplicabilidad más amplio que el de las ondas cinemáticas. Por lo tanto, la onda difusiva es recomendada para aplicaciones prácticas de enrutamiento en la hidrología de inundaciones.

1. INTRODUCCIÓN

La onda difusiva es un tipo de onda utilizada en el enrutamiento de inundaciones. Otros tipos de ondas son la onda cinemática y la onda mixta cinemático-dinámica, en adelante denominada "onda mixta" (Lighthill y Whitham, 1955; Ponce y Simons, 1977). Téngase en cuenta que la onda mixta ha sido ampliamente denominada en la literatura "onda dinámica", aunque este uso parece poco aconsejable, porque conduce a una confusión semántica con la onda dinámica establecida desde hace mucho tiempo por Lagrange (1788), un concepto bastante diferente al de la onda mixta.

Ponce y Simons (1977) lograron una clasificación integral de las ondas de aguas poco profundas en el flujo en canales abiertos. Ellos utilizaron la teoría de la estabilidad lineal para derivar las funciones de celeridad y atenuación de los cuatro tipos de ondas en aguas poco profundas: (1) ondas cinemáticas, (2) ondas difusivas, (3) ondas mixtas, y (4) ondas dinámicas. Estos tipos de ondas se definen en términos del número de onda adimensional σ_* , como se muestra en la Fig. 1 (**Ponce, 2025**). Las ondas cinemáticas corresponden a los valores más pequeños de σ_* a la izquierda de la escala, y las dinámicas a los más grandes, a la derecha. Las ondas mixtas se encuentran en el centro-derecha de la escala, mientras que las difusivas se encuentran en el centro-izquierda.



Ponce y Simons (1977)

Fig. 1 Celeridad relativa adimensional c_{r*} vs numero de onda adimensional σ_* .

En la Figura 1, las ondas cinemáticas se encuentran a lo largo del primer ciclo logarítmico (a la izquierda), mientras que las ondas dinámicas se encuentran a lo largo del quinto y sexto ciclos (a la derecha), dependiendo estas últimas del número de Froude. Las ondas mixtas se encuentran principalmente a lo largo del cuarto y quinto ciclos, mientras que las ondas difusivas se encuentran a lo largo del segundo y tercer ciclos.

La teoría hidrodinámica afirma que si la celeridad de la onda es constante a través del número de onda adimensional, la atenuación de la onda es cero. En la Figura 1, esta condición corresponde tanto a las ondas cinemáticas (a la izquierda de la escala) como a las ondas dinámicas (a la derecha de la escala). Por el contrario, si la celeridad de la onda varía a lo largo del número de onda adimensional, como en el caso de una onda mixta, la atenuación de la onda es apreciable. La atenuación de la onda alcanza su máximo valor en el punto de curvatura cero de la función de celeridad relativa adimensional c_{r*} vs número de onda adimensional σ_* (Fig. 1), es decir, cuando la segunda derivada es igual a cero.

La experiencia indica que estos valores máximos de atenuación de la onda pueden en realidad hacer que la onda en cuestión no exista, debido a las tasas de atenuación extremadamente altas (Lighthill y Whitham, 1955).

Por lo tanto, la pregunta es: Si las ondas cinemáticas no tienen atenuación y las ondas mixtas están sujetas a una atenuación muy fuerte, ¿qué sucede con las ondas difusivas, que de hecho se encuentran entre ellas en tamaño relativo? La respuesta correcta es: Las ondas difusivas están sujetas a una cantidad pequeña pero finita de atenuación, que es mayor que la atenuación cero de la onda cinemática, pero mucho menor que la fuerte atenuación que presentan las ondas mixtas.

En este artículo, elaboramos sobre el concepto de la onda difusiva. Observamos que si la onda de inundación tiene una pequeña cantidad de atenuación, el modelo de onda difusiva la tendrá en cuenta, mientras que éste no será el caso con el modelo de onda cinemática. Además, mostramos que debido a las grandes cantidades de atenuación que se predicen para las ondas mixtas, es poco probable que

estas últimas ocurran en el mundo real. En la Sección 2, explicamos la naturaleza de las ondas de inundación y destacamos la necesidad de centrarnos en la onda difusiva. Con la respuesta clara a la pregunta de aplicabilidad en la Sección 4, ha llegado el momento de aclamar la onda difusiva como el método de preferencia en la práctica de la ingeniería del enrutamiento de inundaciones.

2. NATURALEZA DE UNA ONDA DE INUNDACIÓN

¿Cuál es la naturaleza de una onda de inundación? Esencialmente, una onda de inundación es una onda "larga", es decir, una con un número de onda adimensional pequeño (Fig. 1), que viaja a la velocidad de la onda cinemática, o muy cerca de ella, y experimenta poca atenuación. Seddon (1900, pionero en el estudio de las ondas de inundación, concluyó que su celeridad podría expresarse como la pendiente de la curva de gasto $Q = \alpha A^\beta$, en la que Q = caudal, A = área de flujo, y α y β son coeficiente y exponente, respectivamente.

Según Seddon, la celeridad de una onda de inundación es: $c = dQ/dA$ en la cual $dA = (1/T)dy$, con T = ancho superior del canal (corriente), e y = elevación de la superficie del agua. Expresó la celeridad de una onda de inundación como $c = (1/T) dQ/dy$. Por lo tanto, una onda de inundación es esencialmente una onda cinemática sujeta a una cantidad relativamente pequeña de difusión. De hecho, ésta es la onda cinemática con difusión de **Lighthill and Whitham (1955)** o, más concisamente, la onda difusiva de **Ponce y Simons (1977)**.

Siempre que sea necesario tener en cuenta la difusión, las ondas difusivas no pueden modelarse con ondas cinemáticas, porque estas últimas presentan difusión cero. Observamos que en la década de 1980 las ondas cinemáticas se resolvían mediante modelos numéricos, y estos últimos presentaban cierta difusión. Esta difusión, sin embargo, era una difusión numérica incontrolada y no estaba relacionada con la verdadera difusión física de la onda de inundación; por lo tanto, los resultados del enrutamiento dependían de la elección del tamaño de la malla, y el método dejaba mucho que desear.

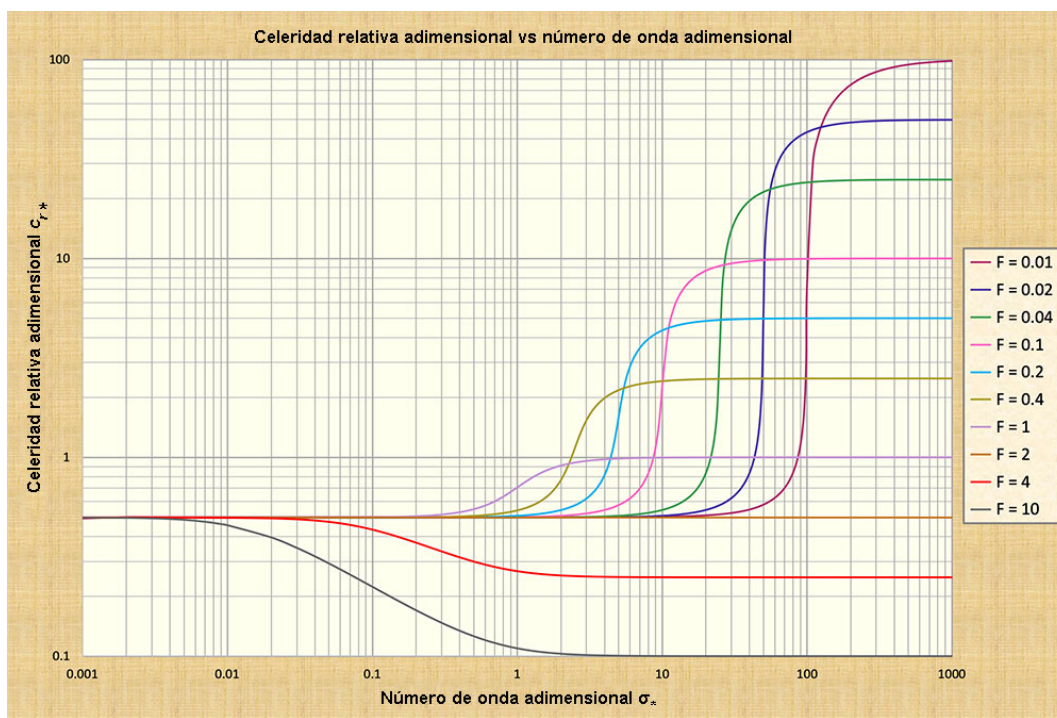
¿Podría interpretarse la onda de inundación como una onda mixta, una onda que se sitúa en el centro-derecha del espectro de números de onda adimensionales (Fig. 1)? La respuesta es: No es probable que se trate de ondas de inundación típicas, las cuales mantienen su nivel y no se atenúan mucho. Si la onda de inundación se atenuara fuertemente, dejaría de ser una onda de inundación y se uniría a la masa subyacente, es decir, al flujo de equilibrio. Por lo tanto, concluimos que las ondas mixtas no son un modelo apropiado de ondas de inundación, al menos no en el caso general, o típico. En la siguiente sección, los cálculos de las ondas difusivas confirmarán estas afirmaciones.

Habiendo dejado de lado: (a) las ondas cinemáticas, porque carecen por completo de difusión, y (b) las ondas mixtas, porque tienen demasiada difusión, nos queda sólo la onda difusiva, que se encuentra, en el espectro de números de onda adimensionales, entre las ondas cinemáticas y las ondas mixtas. Ésta es la onda que realmente encarna la verdadera naturaleza de las ondas de inundación: Una onda cinemática que presenta una cantidad de difusión pequeña pero perceptible.

3. LA ONDA DIFUSIVA

Según la teoría, la celeridad relativa adimensional de una onda difusiva se parece a la de una onda cinemática, pero a diferencia de esta última, aumenta, muy ligeramente, con el número de onda

adimensional σ_* (Fig. 1). Este aumento es la fuente de la difusión que caracteriza a la onda difusiva.



Ponce y Simons (1977)

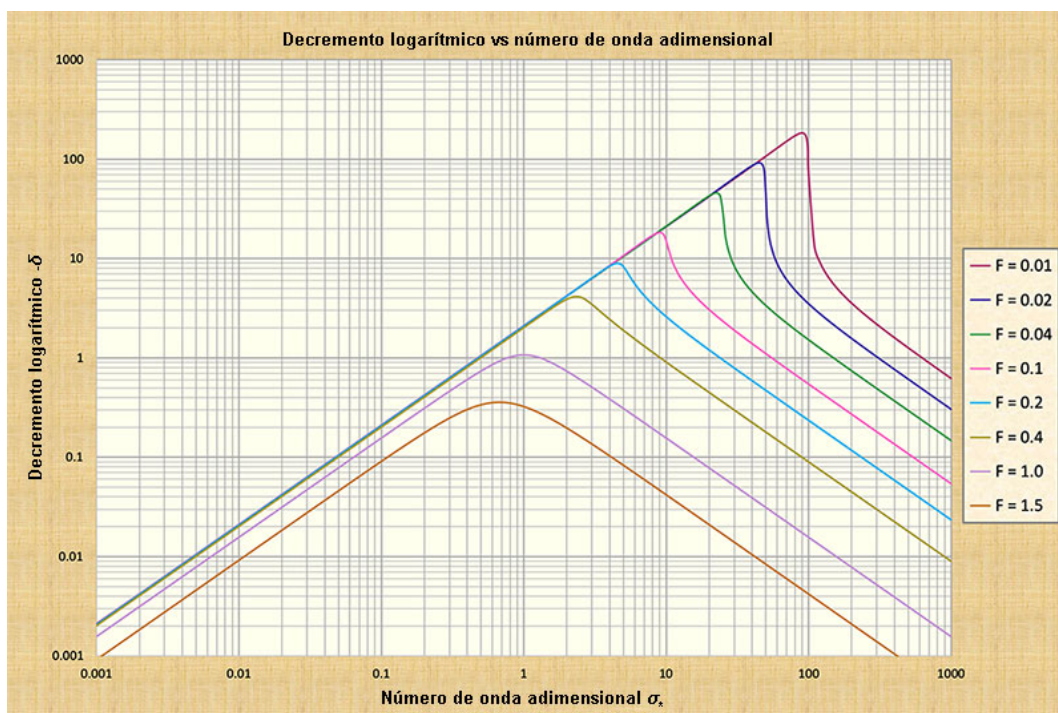
Fig. 1 Celeridad relativa adimensional c_{r*} vs numero de onda adimensional σ_* .

La cantidad de difusión se expresa en términos del decremento logarítmico δ , el cual mide la velocidad a la que la onda cambia durante la propagación (Wylie, 1966). La definición de decremento logarítmico es: $\delta = \ln Q_1 - \ln Q_0$, o, alternatively: $Q_1 = Q_0 e^{\delta}$, en la que Q_0 = caudal de inundación al inicio de la medición, y Q_1 = caudal de inundación después de un tiempo transcurrido igual a un período de propagación (sinusoidal).

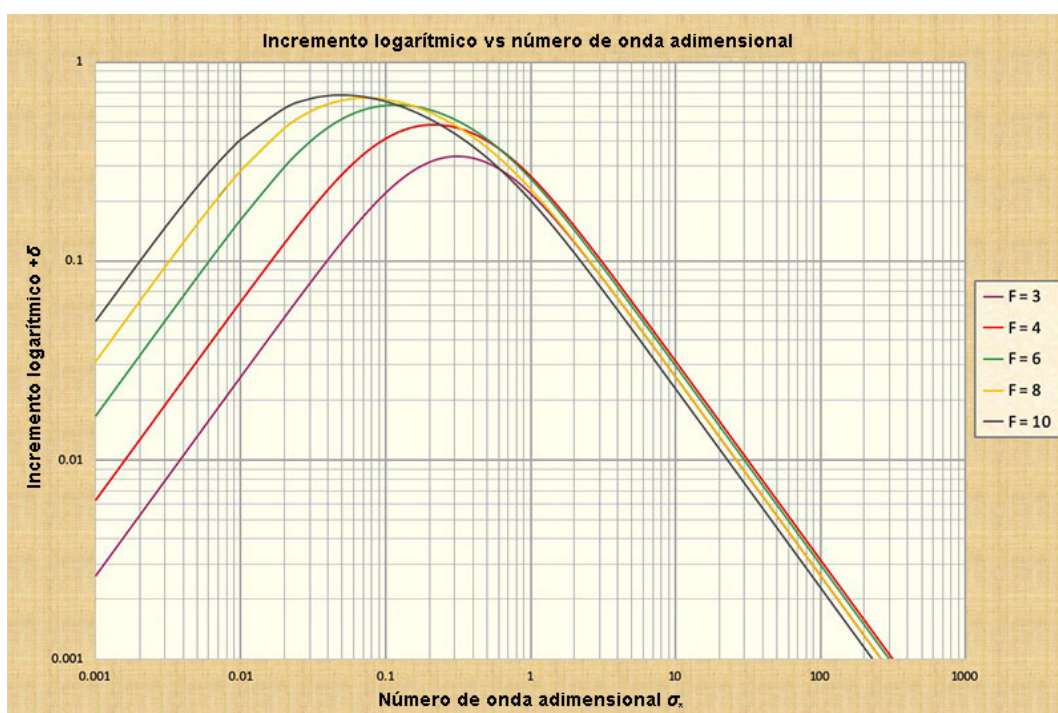
La descarga disminuye para un valor negativo de δ , provocando atenuación de la onda, correspondiente al número de Froude $F < 2$ (número de Vedernikov $V < 1$); aumenta para un valor positivo, es decir, un incremento logarítmico, provocando una amplificación de la onda, correspondiente al número de Froude $F > 2$ ($V > 1$) (Ponce, 1991).

Ponce y Simons (1977). han utilizado la teoría de la estabilidad lineal para calcular el decremento logarítmico de la onda difusiva. La expresión es: $\delta_d = (2 \pi / 3) \sigma_*$. Téngase en cuenta que en esta expresión, cuando $\sigma_* \rightarrow 0$, el decremento logarítmico $\delta_d \rightarrow 0$, lo que confirma que una onda cinemática no está sujeta a atenuación. Además, para $\sigma_* \rightarrow \infty$, el decremento logarítmico de la onda difusiva $\delta_d \rightarrow \infty$, lo que confirma la incapacidad de la fórmula de decremento logarítmico de la onda difusiva para tener en cuenta las ondas dinámicas, las cuales también presentan atenuación cero.

La Figura 2 muestra la variación del decremento logarítmico para todos los tipos de onda, a través del rango de números de onda adimensionales de 0,001 a 1000, para números de Froude $F < 2$. La Figura 3 muestra la variación del *incremento* logarítmico para todos los tipos de onda, a través del rango de números de onda adimensionales de 0,001 a 1000, para números de Froude $F > 2$.



Ponce y Simons (1977)

Fig. 2 Decremento logarítmico vs número de onda adimensional, para números de Froude $F < 2$.

Ponce y Simons (1977)

Fig. 3 Incremento logarítmico vs número de onda adimensional, para números de Froude $F > 2$.

La Tabla 1 muestra los valores del decremento logarítmico de la onda de difusión δ_d relevantes en el contexto actual. El examen de este cuadro conduce a las conclusiones resumidas en el **Cuadro A**.

Tabla 1. Decremento logarítmico de la onda de difusión a través del espectro de números de onda adimensionales.

[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
No.	Número de onda adimensional σ_*	Decremento logarítmico δ_d	e^{δ_d}	Atenuación de la onda ($1 - e^{\delta_d}$)	Tipo de onda
0	0.0001	0.00020944	1	0	Cinemática
1	0.001	0.0020944	0.998	0.002	Cinemática/difusiva
2	0.01	0.020944	0.979	0.021	Difusiva
3	0.1	0.20944	0.811	0.189	Difusiva
3a	0.17	0.35604	0.700	0.300	Difusiva/mixta
4	1	2.0944	0.123	0.877	Mixta
5	10.	20.944	0	1	Mixta
6	100.	N.A.	N.A.	N.A.	Dinámica ¹
7	1000.	N.A.	N.A.	N.A.	Dinámica ¹

¹ En la Col. 6, las líneas 6 y 7 están etiquetadas con el tipo "Dinámica". El decremento logarítmico de la onda difusiva δ_d no se aplica después de alcanzar el pico de atenuación (a la derecha), es decir, en el rango de la onda dinámica (ver Fig. 2).

Cuadro A. Conclusiones de la Tabla 1.

1. Para números de onda adimensionales muy pequeños (ver Línea 0), la atenuación de la onda, mostrada en la Col. 5, es cero, es decir, una onda cinemática.
2. Para números de onda adimensionales pequeños (ver Línea 2), la atenuación de la onda, mostrada en la Col. 5, es 0,021 (2,1%), es decir, una onda difusiva.
3. La atenuación de la onda alcanza 0,3 (Línea 3a), un número relativamente elevado (30%), para $\sigma_* = 0,17$, es decir, en el límite entre las ondas difusivas y mixtas.
4. La atenuación de la onda alcanza 0,877 (Línea 4), un número bastante alto (87,7%), para $\sigma_* = 1$, es decir, para una onda mixta.
5. La atenuación de la onda alcanza 1 (Línea 5), el valor máximo (100%), para $\sigma_* = 10$, es decir, para una onda mixta (inexistente).

Confirmamos que las ondas cinemáticas no manifiestan atenuación. También confirmamos que, para

el valor medio del número de onda adimensional $\sigma_* > 0,17$, la atenuación de la onda es superior al 30%, un umbral que es considerado como el que marca la diferencia entre las ondas difusivas (cuya difusión es limitada, inferior al 30%) y las ondas mixtas (cuya difusión podría llegar al 100%) (**Flood Studies Report, 1975**). Por lo tanto, tiene sentido el argumento de que las ondas mixtas son muy disipativas y que, en la mayoría de los casos de interés práctico, probablemente no estén disponibles para su cálculo (**Ponce, 1992**).

Confirmamos las siguientes observaciones, basadas en cálculos detallados, en referencia a la Fig. 1: (a) las ondas cinemáticas se ubican a lo largo del primer ciclo logarítmico, comenzando por la izquierda; (b) las ondas difusivas a lo largo del segundo y tercer ciclos; (c) las ondas mixtas a lo largo del cuarto y quinto ciclos; y (d) las ondas dinámicas a lo largo del quinto y sexto ciclos. Nótese que estas últimas dependen en gran medida del número de Froude. Las ondas cinemáticas no se atenúan, las ondas mixtas se atenúan considerablemente, y las ondas dinámicas, al ser característicamente cortas, no se asemejan a ondas de inundación, las cuales son característicamente largas. Por lo tanto, vemos que se justifica sólidamente la aplicabilidad de la onda difusiva para el cálculo del enrutamiento de inundaciones.

4. APLICABILIDAD DE LAS ONDAS DIFUSIVAS .

Tras demostrar la aplicabilidad de las ondas de difusión al problema del enrutamiento de inundaciones, ahora demostramos su aplicabilidad. Aquí ahondamos en el trabajo de **Ponce y otros (1978)**, quienes establecieron el criterio para la aplicabilidad de las ondas cinemáticas y difusivas en términos de las propiedades de las ondas de inundación.

Para el modelo de onda cinemática, **Ponce y otros (1978)** afirmaron que para lograr al menos un 95% de precisión de la solución de onda cinemática después de un período de propagación, el período adimensional debe satisfacer la siguiente desigualdad: $\tau_* \geq 171$. El período adimensional se define de la siguiente manera: $\tau_* = T S_o (u_o / d_o)$, en el cual T = período de la perturbación, S_o = pendiente del fondo del canal (corriente), u_o = velocidad media del flujo de equilibrio, y d_o = profundidad del flujo de equilibrio.

Por ejemplo, dados los siguientes datos: $u_o = 3$ pies/seg, $d_o = 10$ pies, y $S_o = 0,0001$, el período de onda resultante es: $T > (171 \times 10) / (0,0001 \times 3) = 5.700.000$ segundos = 65,97 días. En otras palabras, la duración de la inundación debe ser mayor que aproximadamente 66 días para que la solución de onda cinemática tenga una precisión de al menos el 95% después de un período de propagación. De ello se deduce que cuanto mayor sea la duración de la inundación, más cinemática será la onda de inundación; este hallazgo concuerda admirablemente con la teoría.

Para el modelo de onda de difusión, **Ponce y otros (1978)** compararon el decremento logarítmico de la onda de difusión δ_d con el de la solución completa (Fig. 2), y concluyeron que para lograr al menos un 95% de precisión de la solución de onda de difusión después de un período de propagación, el período adimensional debe satisfacer la siguiente desigualdad: $\tau_* \geq 30$. En este caso, el período adimensional se define de la siguiente manera: $\tau_* = T S_o (g / d_o)^{1/2}$, en el que g = aceleración gravitacional. Usando el ejemplo anterior para comparación, para $d_o = 10$ pies, y $S_o = 0.0001$, el período de onda resultante es: $T > 30 / (0.0001 \times [32.17/10]^{1/2}) = 167,261$ segundos = 1.93 días.

En otras palabras, la duración de la onda de inundación debe ser mayor a 1.93 días (aproximadamente 2 días) para que la solución de onda difusiva tenga al menos un 95% de precisión después de un período de propagación. Este hallazgo revela que la teoría de las ondas difusivas es correcta: Estas ondas se aplicarán para un mayor número de casos que la onda cinemática. Para el ejemplo presentado aquí, una onda de inundación necesitaría tener una duración mínima de 66 días para que se aplique la onda cinemática; sin embargo, para la onda difusiva, un mínimo de solo 2 días será suficiente. Por lo tanto, confirmamos la amplia gama de casos prácticos para los que es aplicable la onda difusiva.

5. UN EJEMPLO PRÁCTICO

Los conceptos presentados en la sección anterior se aplican aquí a la cuenca del río Alto Paraguay, en Mato Grosso do Sul, Brasil, y su vecina Bolivia. Este río presenta un entorno geográfico único, ya que fluye a través de un delta continental que comprende el Pantanal de Mato Grosso, considerado el humedal más grande del mundo, con una extensión de 136.700 km². El entorno geomorfológico, hidrológico y ecológico de la cuenca del río Alto Paraguay ha sido descrito por **Ponce (1995)**.



Fig. 4 Río Alto Paraguay cerca de Ladario, Mato Grosso do Sul, Brasil.

El hidrograma de crecida del río Alto Paraguay, en su tramo inferior, desde Ladario hasta Porto Murtinho, comprendiendo una distancia de 520 km a lo largo del río, presenta solamente **un caudal pico, o máximo**, condición atribuida a la extrema difusión del escurrimiento causada por la muy pequeña pendiente del cauce del río, el cual varía entre 2,34 cm/km cerca de Ladario, y 0,83 cm/km cerca de Porto Murtinho, con un promedio de 1,6 cm/km.

Aguas abajo de Ladario, el nivel del río sube de marzo a agosto y baja de septiembre a febrero. El nivel máximo se produce típicamente en junio y el mínimo en diciembre. La profundidad media del flujo varía entre 5,24 m en Ladario y 12,28 m en Porto Murtinho, con un promedio de 8,76 m. Además, la velocidad media de propagación de la onda de crecida se ha estimado en 0,1 m/s (Ponce, 1995). Por lo tanto, los valores correctos para la evaluación de la aplicabilidad del modelo de onda de

inundación son los siguientes: $T = 12$ meses, $S_o = 0,000016$, $u_o = 0,1$ m/s y $d_o = 8,76$ m. Los cálculos se resumen en el **Cuadro B**.



Fig. 5 Río Alto Paraguay cerca de Porto Murtinho, Mato Grosso do Sul, Brasil.

Cuadro B. Resumen de los cálculos de aplicabilidad del modelo de ondas de inundación.

1. Datos: $T = 12$ meses, $S_o = 0.000016$, $u_o = 0.1$ m/s, y $d_o = 8.76$ m.
2. Relación de aplicabilidad de la onda cinemática: $\tau_* = T S_o (u_o / d_o) \geq 171$
3. $\tau_* = 12 \text{ meses} \times 30 \text{ días/mes} \times 86,400 \text{ segundos/día} \times 0.000016 \times 0.1 \text{ m/s} / (8.76 \text{ m}) = 5.68$
4. $\tau_* = 5.68 \ll 171$. **Por lo tanto, el modelo de onda cinemática no es aplicable.**
Este resultado es atribuible a la pendiente muy suave del canal.
5. Relación de aplicabilidad de la onda difusiva: $\tau_* = T S_o (g / d_o)^{1/2} \geq 30$.
6. $\tau_* = 12 \text{ meses} \times 30 \text{ días/mes} \times 86,400 \text{ segundos/día} \times 0.000016 \times (9.81 \text{ m/seg}^2 / 8.76 \text{ m})^{1/2} = 527$
7. $\tau_* = 527 \gg 30$. **Por lo tanto, el modelo de onda difusiva es aplicable.**
Inclusive con esta pendiente de canal muy pequeña (1,6 cm/km), el modelo de onda difusiva sigue siendo aplicable.

6. CONCLUSIONES

Se ha realizado una revisión de las ondas difusivas y su uso para el enrutamiento de ondas de inundación. Las ondas difusivas se propagan con la celeridad de Seddon, es decir, la celeridad de la onda cinemática, y están sujetas a poca atenuación (difusión). Estas propiedades coinciden claramente con las de las ondas de inundación típicas. Otras ondas de flujo en superficie libre, a saber, las cinemáticas, mixtas y dinámicas, son ya sea no difusivas (las cinemáticas y dinámicas) o demasiado difusivas (las mixtas). En particular, se ha confirmado que las ondas mixtas son tan difusivas que se puede cuestionar por completo su mera existencia. Los criterios para la aplicabilidad de las ondas cinemáticas y difusivas muestran que estas últimas, las ondas difusivas, tienen un rango de aplicabilidad más amplio que el de las ondas cinemáticas. Por lo tanto, se recomienda la onda difusiva para aplicaciones prácticas en la hidrología de inundaciones. Una aplicación con datos de campo en el Río Alto Paraguay, en Mato Grosso do Sul, Brasil, confirma los hallazgos de este estudio.

REFERENCIAS

Lagrange, J. L. de. 1788. *Mécanique Analytique*, Paris, part 2, section II, article 2, 192.

Seddon, J. A. 1900. **River hydraulics**. *Transactions, ASCE*, Vol.XLIII, 179-243, June.

Lighthill, M. J. y G. B. Whitham. 1955. **On kinematic waves. I. Flood movement in long rivers**. *Proceedings, Royal Society of London, Series A*, 229, 281-316.

Wylie, C. R. 1966. *Advanced Engineering Mathematics*, 3rd ed., McGraw-Hill Book Co., New York, NY.

Flood Studies Report. 1975. Vol. III: Flood Routing Studies, Natural Environment Research Council, London, England.

Ponce, V. M. y D. B. Simons. 1977. **Propagación de ondas poco profundas en canales abiertos**. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 103(12), 1461-1476. [Traducción al Español, 2021].

Ponce, V. M., R. M. Li, y D. B. Simons. 1978. **Aplicabilidad de los modelos de onda cinemática y difusiva**. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 104(3), 353-360. [Traducción al Español, 2015].

Ponce, V. M. 1991. **Nueva perspectiva del número de Vedernikov**. *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 7, 1777-1779, Julio. [Traducción al Español, 2021].

Ponce, V. M. 1992. **Kinematic wave modeling: Where do we go from here?** International Symposium on Hydrology of Mountainous Areas, Shimla, India, May 28-30.

Ponce, V. M. 1995. **Hydrologic and environmental impact of the Parana-Paraguay waterway on the Pantanal of Mato Grosso, Brazil**. https://ponce.sdsu.edu/hydrologic_and_environmental_impact_of_the_parana_paraguay_waterway.html

Ponce, V. M. 2023. **Ondas cinemáticas y dinámicas: La declaración definitiva**. Online article. [Traducción al Español, 2025].
