

Definición de variables en una corriente aluvial.

## ¿CUÁL ES LA RELACIÓN DE ASPECTO DE UNA CORRIENTE ALUVIAL?

**Víctor M. Ponce**

**Universidad Estatal de San Diego, California, EE.UU.**

**21 Marzo 2024**

**RESUMEN.** Utilizando la teoría de Lane y sus colaboradores (1959), se ha calculado la relación de aspecto  $T_o / Y_o$  de una corriente autoformada en material aluvial no cohesivo. La relación de aspecto se expresa en términos del ángulo de fricción interna  $\phi$  del suelo circundante y la relación entre la fuerza de elevación y la fuerza de arrastre (lift-to-drag ratio)  $\beta$  que actúa sobre cada partícula. Los resultados concuerdan muy bien con la experiencia práctica. Se utiliza una calculadora en línea para mostrar la sensibilidad de los resultados calculados a las variables  $\phi$  y  $\beta$ .

### 1. INTRODUCCIÓN

Las corrientes aluviales son autoformadas, es decir, su forma, caracterizada por su profundidad y su ancho, obedece a las leyes de la mecánica, propiamente dentro del campo de la hidráulica fluvial. La relación entre el ancho y la profundidad se conoce como la **relación de aspecto** de la sección transversal. La hidráulica de las corrientes aluviales abarca el cálculo de tres variables: (1) profundidad, (2) ancho y (3) pendiente. La profundidad y la pendiente se pueden calcular utilizando las leyes de la mecánica de fluidos, reflejadas en las leyes fundamentales de conservación de masa, momento y energía (Chow, 1959; Ponce, 2014).

El momento integra la fuerza actuante en el tiempo, mientras que la energía integra la misma fuerza en el espacio; por lo tanto, no son independientes. En flujo permanente en canales abiertos, las

ecuaciones de masa y energía se utilizan para resolver las variables de flujo (profundidad y pendiente). En flujo no permanente, las ecuaciones de masa y momento se utilizan para el mismo propósito. Esta realidad deja el cálculo del ancho de la corriente sin determinar. El ancho tendrá que ser calculado utilizando principios de hidráulica fluvial.

Lane y sus colaboradores (1959) han desarrollado un enfoque mecánico para calcular el ancho en una corriente autoformada. La teoría ha sido revisada recientemente por **Ponce y Jiang (2020)**. Si bien el enfoque de Lane se limita a materiales no cohesivos en condiciones de equilibrio, constituye un punto de partida en el naciente campo del flujo no permanente en corrientes aluviales.

La aplicación de la metodología de Lane puede servir para arrojar luz adicional sobre importantes problemas de inundaciones y otros problemas relacionadas con la sedimentación fluvial (ASCE, 1975; 2007). Además, con la presencia del cambio climático global, el tema está adquiriendo cada vez mayor importancia.

---

## 2. LA TEORÍA DE LANE

El tamaño de la sección transversal de una corriente fluvial en equilibrio, formado con materiales no cohesivos, depende del nivel máximo de caudal. Lane y sus colaboradores (1959), utilizando principios de hidráulica fluvial, demostraron que la forma de la sección transversal de equilibrio es función de: (1) el ángulo de fricción interna  $\phi$  del material del lecho, y (2) la relación fuerza de elevación / fuerza de arrastre (*lift-to-drag ratio*)  $\beta$  que actúa sobre una partícula.

Las principales consideraciones de Lane y sus colaboradores son las siguientes:

1. La pendiente lateral de la sección transversal de la corriente, inmediatamente encima de la superficie del agua, es igual al ángulo de fricción interna  $\phi$  del material aluvial no cohesivo (Fig. 1).
2. Las partículas en la frontera de la corriente están en condición de movimiento incipiente. Las fuerzas de elevación y arrastre que actúan sobre cada partícula, junto con la componente descendente de la fuerza de gravedad, se equilibran exactamente con la fuerza de fricción desarrollada entre las partículas. Se asume que las fuerzas de elevación y arrastre son proporcionales a la fuerza de tracción ejercida sobre el fondo del canal. La relación entre las fuerzas de elevación y fuerzas de arrastre (*lift-to-drag ratio*) se denomina  $\beta$ .
3. Las partículas se mantienen en su lugar en virtud de su peso sumergido resuelto en una dirección normal al lecho de la corriente.
4. La fuerza de tracción actúa en la dirección del flujo y es igual al peso de la columna de agua ubicada encima del área sobre la que actúa la fuerza.
5. Se asume que el canal es prismático, con corrientes secundarias insignificantes y ausencia de

remanso.

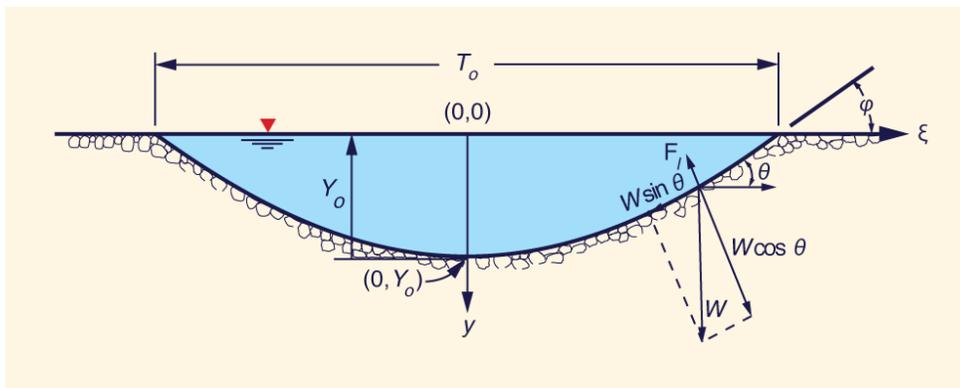


Fig. 1 Definición de variables en una corriente aluvial.

### 3. RESULTADOS

La derivación de la teoría de Lane y sus colaboradores (1959) ha sido ampliamente documentada por **Ponce y Jiang (2020): Sección 3**. En ese informe, la Ec. 57, reproducida aquí como Ec. 1, es la ecuación derivada por Lane para la relación ancho-profundidad, o relación de aspecto de un canal autoformado tallado en material no cohesivo en condiciones de equilibrio:

$$\frac{T_o}{Y_o} = \frac{2}{\tan \phi} \left( \frac{1+r}{1-r} \right)^{1/2} \cos^{-1} r \quad (1)$$

en la cual  $T_o$  = ancho de superficie de la corriente,  $Y_o$  = profundidad máxima (en el centro),  $\phi$  = ángulo de fricción interna del material no cohesivo,  $\beta$  = relación fuerza de elevación / fuerza de arrastre (fricción), y  $r = \beta \tan \phi$ .

La Tabla 1 muestra la relación de aspecto calculada usando la Ec. 1, para ángulos de fricción interna en el rango  $5 \leq \phi \leq 45^\circ$ , a intervalos de  $5^\circ$ , y la relación fuerza de elevación a arrastre en el rango  $-1 \leq \beta \leq 1$ , a intervalos de 0.1. Para un valor típico de  $\phi = 30^\circ$  y  $\beta = 0.4$  la relación de aspecto es:  $T_o / Y_o = 5.86$  (Apperley, 1968). De manera similar, para  $\phi = 45^\circ$  y  $\beta = 1$ :  $T_o / Y_o = 4$ .

Tabla 1. Valores de $T_o/Y_o$ en función del ángulo de fricción interna $\phi$ y relación de fuerza de elevación a arrastre $\beta$ .									
$\beta$	Ángulo de fricción interna $\phi$ (grados)								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45
-1.0	34.728	16.591	10.447	7.292	5.320	3.920	2.814	1.809	0.001
-0.9	34.849	16.722	10.589	7.448	5.495	4.124	3.064	2.160	1.235
-0.8	34.970	16.851	10.728	7.598	5.660	4.310	3.284	2.438	1.665
-0.7	35.090	16.978	10.862	7.743	5.817	4.484	3.480	2.672	1.971

-0.6	35.210	17.103	10.994	7.882	5.966	4.645	3.658	2.874	2.214
-0.5	35.328	17.226	11.123	8.017	6.109	4.796	3.822	3.054	2.418
-0.4	35.446	17.348	11.248	8.148	6.245	4.939	3.973	3.216	2.595
-0.3	35.563	17.467	11.371	8.274	6.375	5.074	4.113	3.364	2.752
-0.2	35.679	17.585	11.492	8.397	6.500	5.202	4.245	3.500	2.894
-0.1	35.794	17.702	11.609	8.516	6.621	5.325	4.369	3.626	3.023
0.0	35.909	17.817	11.725	8.631	6.737	5.441	4.487	3.744	3.142
0.1	36.022	17.930	11.838	8.744	6.849	5.553	4.598	3.855	3.252
0.2	36.135	18.042	11.948	8.854	6.958	5.660	4.704	3.959	3.354
0.3	36.248	18.153	12.057	8.961	7.063	5.763	4.805	4.058	3.451
0.4	36.359	18.262	12.164	9.065	7.165	5.863	4.902	4.152	3.542
0.5	36.470	18.370	12.269	9.167	7.264	5.959	4.994	4.241	3.628
0.6	36.580	18.476	12.371	9.266	7.360	6.051	5.083	4.327	3.709
0.7	36.690	18.581	12.473	9.363	7.453	6.141	5.169	4.408	3.787
0.8	36.799	18.685	12.572	9.458	7.544	6.227	5.252	4.487	3.861
0.9	36.907	18.788	12.670	9.551	7.632	6.311	5.331	4.562	3.932
1.0	37.014	18.889	12.766	9.642	7.718	6.393	5.408	4.635	4.000

#### 4. CÁLCULO EN LÍNEA

La Ecuación 1 puede resolverse con la ayuda del calculador [ENLÍNEA\\_LANE\\_FORMA](#). Por ejemplo, para  $Y_o = 1$  m,  $\phi = 30^\circ$ , y  $\beta = 0.4$ , el resultado es:  $T_o = 5.8627$  m, lo cual está de acuerdo con el resultado mostrado en la Tabla 1.

[Haga click encima de la imagen para desplegar].

**enlinea\_lane\_forma: Cálculo del ancho superior de un canal en equilibrio usando la teoría de Lane *et al.***



The Mississippi river near Lake Bemidji, Minnesota

**Fórmula:**

$$T_o = Y_o \cos^{-1}(\beta \tan \phi) \cdot [2 / \tan \phi] \cdot [(1 + \beta \tan \phi) / (1 - \beta \tan \phi)]^{1/2}$$

**Bibliografía:** Ponce, V. M., 1982. The equilibrium shape of self-formed channels in noncohesive alluvium: The Lane *et al.* theory revisited. SDSU Civil Engineering Series 82151, San Diego State University, San Diego, California.

**Unidades SI (métricas):** Profundidad de flujo  $Y_o$  en m; Ángulo de fricción  $\phi$  en grados;  $\beta$  es sin dimensiones.

**Unidades U.S.:** Profundidad de flujo  $Y_o$  en ft; Ángulo de fricción  $\phi$  en grados;  $\beta$  es sin dimensiones.

---

**DATOS DE ENTRADA:**

Seleccione: Unidades métricas  
Unidades EE.UU.

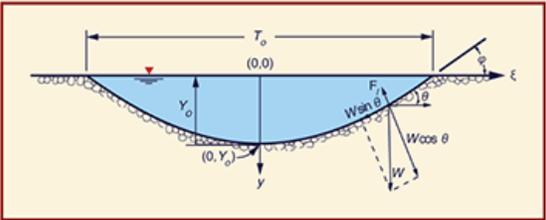
Profundidad de flujo  $Y_o$  (en la línea central del canal): 1 m

Ángulo de fricción  $\phi$  (ángulo de reposo): 30 Degrees  
[Rango recomendado:  $5^\circ \leq \phi \leq 45^\circ$ ]

Relación  $\beta$  entre la fuerza de elevación y la fuerza de arrastre: 0.4  
[Rango recomendado:  $-1 \leq \beta \leq 1$ ]

**Resultados:**

Ancho superior del canal  $T_o$ : 5.8627 m



---

Presione el botón para Calculate o recalcular

Su solicitud fue procesada en 04:21:28 pm on March 19th, 2024 [ 240319 16:21:28 ].

---

Gracias por usar **enlinea\_lane\_forma** [121219]

## 5. EPÍLOGO

La relación de aspecto de una corriente autoformada en material aluvial no cohesivo se ha calculado utilizando la teoría de Lane y sus colaboradores (1959). La relación de aspecto  $T_o / Y_o$  se expresa en términos del ángulo de fricción interna  $\phi$  del material que forma el lecho de la corriente y la relación  $\beta =$  fuerza de elevación / fuerza de arrastre, la cual actúa sobre cada partícula. Los resultados están de acuerdo con la experiencia práctica. Se presenta una calculadora en línea para mostrar la sensibilidad de los resultados a las variables de entrada  $\phi$  y  $\beta$ .

## BIBLIOGRAFÍA

Apperley, L. W. 1968. The effect of turbulence on sediment entrainment. Thesis submitted to the School of Engineering, University of Auckland, Auckland, New Zealand, in partial fulfillment for the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, January.

ASCE, 1975. Sedimentation Engineering. *Manuals and Reports on Engineering Practice, Manual 54*, Vito A. Vanoni, editor, New York.

ASCE, 2007. Sedimentation Engineering: Processes, Measurements, Modeling, and Practice. *Manuals and Reports on Engineering Practice, Manual 110*, Marcelo H. Garcia, editor, New York.

Chow, V. T. 1959. Open-channel hydraulics. McGraw-Hill, Inc, New York.

Lane, E. W., P. N. Lin, y H. K. Liu. 1959. The most efficient stable channel for comparatively clean water in noncohesive

material. *Report CER-59HKL*, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, April.

Ponce, V. M., y S. Jiang. 2020. **The equilibrium shape of self-formed channels in noncohesive alluvium**. Online report.  
[https://ponce.sdsu.edu/the\\_equilibrium\\_shape\\_of\\_self\\_formed\\_channels.html](https://ponce.sdsu.edu/the_equilibrium_shape_of_self_formed_channels.html)

Ponce, V. M. 2014. **Fundamentals of Open-channel Hydraulics**. Texto en línea.  
<https://ponce.sdsu.edu/openchannel/index.html>

---